$\cos(X)$ est continue sur $]0,+\infty[$

$\Rightarrow \cos(\sqrt{x^2-1})$ est continue sur I.

$x \mapsto \dfrac{x}{U(x)}$ est continue sur I. $\Rightarrow f$ est continue sur I

(Produit de deux fonctions continues).

$\Rightarrow f$ Admet une primitive F sur I et f à la forme $x \mapsto U'(x)\times\cos[U(x)]$

$F(x)=\sin(\sqrt{x^2-1})+k, k\in\mathbb{R}$.

11) $f(x)=\cos x\sin^3 x$. continue sur $\mathbb{R}$

(Produit de deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$).

$f(x)=(\sin x)'(\sin x)^3$.

$F(x)=\dfrac{1}{4}\sin^4 x+k, k\in\mathbb{R}$.

12) $f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{1+x^3}}=\dfrac{\frac{1}{3}(1+x^3)'}{\sqrt{1+x^3}}$

On a $x^3+1=(x+1)\underbrace{(x^2-x+1)}_{>0 \text{ car } \Delta<0}$

$x^3+1>0$ *pour* $x+1>0\Rightarrow x>-1$

Remarque : primitive de $\dfrac{U'}{\sqrt{U}}$ est $2\sqrt{U}+c$.

$\Rightarrow f$ Admet une primitive F sur $]-1,+\infty[$ et

$F(x)=\dfrac{1}{3}*2\sqrt{1+x^3}+k, k\in\mathbb{R}$.

$F(x)=\dfrac{2}{3}\sqrt{1+x^3}+k, k\in\mathbb{R}$.

Exercice2

$f(x)=4x^3$.

$$x\mapsto\begin{cases}F(x)=x^4+2\rightarrow si(x\geq 0)\\ F(x)=x^4-2\rightarrow si(x<0)\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0^-}F(x)=-2\neq F(0)\\ \lim\limits_{x\to 0^+}F(x)=2\end{array}\right\}$$

$\Rightarrow F$ n'est pas continue sur $\mathbb{R}$

F est discontinue en $0\Rightarrow F$ est discontinue sur $\mathbb{R}$ $\Rightarrow F$ n'est pas une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice3

$f(x)=(\cos x)\times(2\sin x-1)$.

f est continue sur $\mathbb{R}$ (produit de deux fonctions continues)

$\Rightarrow f$ admet au moins une primitives sur $\mathbb{R}$.

On a : $f(x)=(\sin x)'(2\sin x-1)$

$=\dfrac{1}{2}(2\sin x-1)'(2\sin x-1)$

$F(x)=\dfrac{1}{4}(2\sin x-1)^2+k, k\in\mathbb{R}$

$F(\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{1}{4}(2\sin\dfrac{\pi}{2}-1)^2+k=\dfrac{1}{4}+k=0$

$\Rightarrow k=-\dfrac{1}{4}$

Donc $\boxed{F(x)=\dfrac{1}{4}(2\sin x-1)^2-\dfrac{1}{4}, x\in\mathbb{R}}$

Exercice4

$f(x)=\cos^3 x-3\cos x+2, x\in\mathbb{R}$

1) on a : $\cos^3 x=\cos x(\cos^2 x)$

$=\cos x(1-\sin^2 x)$

$=\cos x-\cos x\sin^2 x$

$\Rightarrow f(x)=\cos x-\cos x\sin^2 x-3\cos x+2$

$=-\cos x\sin^2 x-2\cos x+2$

2) $f(x)=-(\sin x)'\sin^2 x-2(\sin x)'+2$

$\Rightarrow F(x)=-\dfrac{1}{3}\sin^3 x-2\sin x+2x+k, k\in\mathbb{R}$.

$F(-\dfrac{\pi}{2})=-\dfrac{1}{3}(-1)^3-2(-1)+2(-\dfrac{\pi}{2})+k=0$

$=\dfrac{1}{3}+2-\pi+k$

$=\dfrac{7}{3}-\pi+k=0\Rightarrow k=\pi-\dfrac{7}{3}$

$\Rightarrow F(x)=-\dfrac{1}{3}\sin^3 x-2\sin x+2x+\pi-\dfrac{7}{3}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn